

**Problema 1 – babaoarba**

Stud. Andrei Heidelbacher
Universitatea Politehnica Timișoara

Soluția 1 - 20 de puncte

Fie T punctul din plan la care se află Tassadar, Z punctul din plan la care se află Zeratul și D distanța la care se află Zeratul față de Tassadar la momentul inițial.

Vom alege o direcție aleatoare și vom face un pas în acea direcție. Dacă nu ne-am apropiat, vom alege direcția opusă. Apoi, vom face pași în direcția aleasă câtă vreme ne apropiem. În momentul în care primim din nou răspunsul 0, facem un pas înapoi și putem observa că tocmai am identificat o bandă de lungime de un metru în care se poate afla Z . Această bandă este perpendiculară pe direcția aleasă, iar punctul în care ne aflăm se află la mijlocul segmentului determinat de intersecția direcției cu banda.

Vom repeta procedeul pentru direcția perpendiculară pe cea aleasă și identificăm o a doua bandă, perpendiculară pe cea anterioară. Astfel, am redus spațiul în care se poate afla Z la un pătrat cu latura de un metru. Pentru a fi siguri că acoperim întregul pătrat, după ce ne plasăm în centrul pătratului, mai facem câte un pas spre fiecare colț și apoi înapoi spre centru.

În total, vom efectua, în cel mai rău caz, $D\sqrt{2}$ pași, la care se adaugă un număr foarte mic de pași pentru a ne întoarce din drum dacă e cazul, pentru a acoperi colțurile pătratului etc.

Soluția 2 - 60 de puncte

O observație esențială este faptul că orice pas care ne duce în interiorul cercului de rază D și centrat în Z va avea ca răspuns "te-ai apropiat", și orice pas care ne duce în exteriorul cercului va avea ca răspuns "nu te-ai apropiat". De aici, identificăm un interval continuu de unghiuri din plan care vor avea ca răspuns "te-ai apropiat". Acestea sunt delimitate de două semidrepte, reprezentate de direcția unor pași. Direcțiile celor două semidrepte le putem afla folosind două căutări binare.

Dacă avem cele două semidrepte, direcția spre care trebuie să mergem este dată de bisectoarea unghiului delimitat de aceste semidrepte. De aici, numărul de pași efectuați este $\text{ceil}(D)$. Eroarea cu care trebuie să determinăm unghiurile celor două semidrepte o putem afla, știind că trebuie să ajungem în cercul de rază 1 și centrat în Z .

După un calcul geometric simplu, aflăm că eroarea maximă admisă este $\arctg(1/D)$, care, pentru D mare, este aproximativ $1/D$. Deci, numărul de pași va fi $2\log_2(8D) + \text{ceil}(D)$ (numărul din interiorul logaritmului provine de la faptul că intervalul de unghiuri este $[0, 2\pi]$, la care se adaugă rezoluția D).

Soluția 3 - 100 de puncte

Dacă facem o analiză mai detaliată, observăm că nu este necesar să mergem pe direcția bisectoarei. Dacă determinăm doar una dintre semidrepte și ne deplasăm perpendicular pe această semidreaptă, direcția de deplasare va intersecta cercul de rază 1 și centrat în Z în două puncte. Cele două puncte determină un segment de lungime $\sqrt{3} > 1$, deci, mergând pe această direcție, sigur vom "pica" în interiorul cercului țintă.

Segmentul pe care ne deplasăm până când "picăm" în cerc este o catetă într-un triunghi dreptunghic care are ipotenuza de lungime D și cealaltă catetă de lungime 1. Deci, distanța pe care o parcurgem pe această direcție este mai mică decât distanța pe care o parcurgem pe bisectoare.

Astfel, numărul total de pași este $\text{ceil}(D) + \log_2(16D)$ (rezoluția este aceeași, la care adăugăm un factor 2 pentru a fi siguri că păstrăm lungimea segmentului din interiorul cercului destul de mare).